

文章编号: 1671-8844(2010)01-0020-05

一种新的分期设计洪水计算方法

陈璐, 郭生练, 闫宝伟, 刘攀

(武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘要: 采用超定量取样方法, 从洪水发生时间和量级两个方面考虑, 建立了基于 Copula 函数的洪水发生时间和量级的两变量联合分布, 提出了一种新的分期设计洪水计算方法, 并与现有的方法进行比较. 应用实例结果表明: 所推求的分期设计洪水既能符合防洪标准要求, 又能够满足分期设计洪水与年设计洪水的关系; 主汛期的设计值相对年最大设计值有大幅度增加, 而非主汛期设计值则小于年最大设计值; 比现有的分期设计洪水计算方法更加合理可行, 为分期设计洪水分析计算提供了一条新的途径.

关键词: 分期设计洪水; 超定量取样; Copula 函数; 联合分布

中图分类号: TV 122 **文献标志码:** A

A new seasonal design flood estimation method

CHEN Lu, GUO Shenglian, YAN Baowei, LIU Pan

(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering
Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: Based on Copula function, a bivariate joint distribution which considers the flood occurrence dates and magnitudes of the peaks-over-threshold (POT) sampling series was established. A new seasonal design flood estimation method was proposed and compared with current methods. Case study results show that the proposed method could satisfy both flood prevention standard and the relations between the annual and seasonal design floods. The seasonal design floods estimated by the proposed method are slightly greater than annual design floods in the main flood season and less in other flood seasons. The proposed method is superior to current methods and provides a new way for seasonal flood estimation.

Key words: seasonal design flood; peaks-over-threshold sampling method; Copula function; joint distribution

分期设计洪水是确定分期汛限水位的重要依据, 利用分期汛限水位调控洪水资源已成为洪水资源化利用的重要技术手段. 分期设计洪水是在一特定时段内推求某一量级洪水的超过概率.《水利水电工程设计洪水计算手册》^[1] 采用的方法, 只计算了洪水在各分期内超过给定概率下的洪峰(洪量)值, 没有考虑洪水在各个分期内的发生概率. 通常来说, 在主汛期发生洪水的可能性大, 在非主汛期发生洪水的概率相对较小, 洪水发生的时间也是一个随机变量, 它服从某一分布. 推求分期设计洪水就是推求洪水量级以及出现时间的二维随机变量的联合分布.

现行方法采用分期最大洪水取样, 根据这种洪水系列计算出的洪水频率本质上不同于全年最大洪水系列推求出的洪水频率, 通过它来提高水库兴利效益, 是在冒降低水库防洪标准的风险. 王善序^[2] 和 Singh 等^[3] 基于分期年最大取样, 已知洪水在某个分期发生的条件下, 假定洪量在该分期的超过概率(即下文条件分布 $P(y|A_i)$)服从 P III 分布或对数 P III 分布, 由分期设计洪水推求年设计洪水. 该方法可以得到满足防洪标准的设计洪水值, 但我国的水文资料长度一般为几十年, 采用分期年最大取样, 对于来水量较小的分期, 包含的年最大样本点较为稀少

收稿日期: 2009-05-20

作者简介: 陈璐(1985-), 女, 硕士研究生, 主要从事水资源开发与利用研究, E-mail: ch18505@sina.com.

基金项目: 国家“十一五”科技支撑计划项目(编号: 2006BA C14 B06); 水利部科研专项(编号: 200701015); 武汉大学 2008 年博士研究生(含 1+4)自主科研项目.

甚至取不到样本点, 强制配线得到的各个分期的频率会有较大误差, 导致频率分析结果不可靠.《水利水电工程设计洪水计算手册》^[1] 建议各个分期的条件频率($P(y|A_i)$)采用间接方法进行估计, 但到目前为止尚没有行之有效的方法.

频率分析中的抽样方法主要有年最大值取样和超定量(POT)取样. 年最大值取样的主要缺陷是它只反映极值的统计规律, 而不能描述洪水变化过程. 超定量(POT)取样的优点是它将更多的合理的洪峰考虑为样本, 其分布模型具有更多的物理相关性, 因而能更完整、更灵活地反映整个汛期洪水演变规律^[4]. 超定量取样的关键在于门限值的选取, 选择门限值要满足统计模型“独立同分布”的基本假设. 门限值过小, 独立同分布的假定难以满足, 门限值过大入选洪峰数量较少, 限制了信息量, 不能发挥超定量取样的优势. 因此需要合理地选取门限值^[5].

本文采用了超定量取样方法, 同时考虑洪水发生的时间和量级, 建立基于 Copula 函数的洪水发生时间和量级的两变量联合分布, 借助年设计洪水的联合分布反推分期设计洪水, 并与现行的分期设计洪水方法进行比较.

1 年设计洪水与分期设计洪水

当各分期最大洪水相互独立时, 其频率曲线和全年最大洪水的频率曲线之间存在一定的频率组合关系, 分期年最大洪水与年最大洪水的关系可采用全概率公式描述^[1]:

$$p(Y > q) = \sum_{i=1}^k P(A_i)P(q | A_i) \tag{1}$$

式中: $p(Y > q)$ 为年设计洪水超过 q 的概率; $P(A_i)$ 为洪水发生在第 i 分期的概率; $P(q|A_i)$ 为发生在第 i 分期的年最大洪水的概率, 即条件概率.

年设计洪水实际是二维分布函数的一种特殊形式, 在大洪水都发生在汛期的前提下, 时间变量 X 取汛期的最后一天 t , 即在本年内发生洪量超过 q 的洪水的概率为

$$p(Y > q) = p(X \leq t, Y > q) = F_X(t) - F(t, q) \tag{2}$$

$$\begin{aligned} F(t, q) &= \int_{-\infty}^q \int_{-\infty}^t f(x, y) dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^q \int_{-\infty}^t f_X(x) f_Y(y | x) dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^t f_X(x) \int_{-\infty}^q f_Y(y | x) dy dx = \\ &= \int_{-\infty}^t f_X(x) F(q | x) dx = \int_0^t F(q | x) dF_X(x) = \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^s P(Y \leq q | x_i < x < x_{i+1}) F_X(x_i < x < x_{i+1}) \tag{3}$$

$$\begin{aligned} p(Y > q) &= F_X(t) - \sum_{i=1}^s P(Y \leq q | \Delta x_i) \circ \\ F_X(x_i < x < x_{i+1}) &= \sum_{i=1}^s F_X(x_i < x < x_{i+1}) - \\ &= \sum_{i=1}^s P(Y \leq q | \Delta x_i) F_X(x_i < x < x_{i+1}) \\ &= \sum_{i=1}^s F_X(x_i < x < x_{i+1}) (1 - \\ &= \sum_{i=1}^s F_X(x_i < x < x_{i+1}) P(Y \geq q | x_i < x < x_{i+1}) \end{aligned} \tag{4}$$

式中: $f_X(x)$ 为 x 的边缘概率密度函数; $F_X(x)$ 为 x 的边缘分布函数; $f(x, y)$ 为 x, y 的二维联合概率密度函数; $f_Y(y|x)$ 、 $F_Y(y|x)$ 分别为 $X=x$ 条件下 Y 的概率密度函数和分布函数; x_i 表示各个时段的分割点. 式(3)表达的是年设计洪水与分期设计洪水的关系, 各分期设计洪水采用了年设计洪水的频率来度量, 能够满足防洪标准.

对任意一个时段 i 而言, 洪水发生的频率为

$$\begin{aligned} p(q, A_i) &= p_i(Y_i > q | A_i) p(A_i) = \\ &= P(x_1 \leq X \leq x_2, Y_i > q) = \\ &= F(x_2) - F(x_1) - F(x_2, q) + F(x_1, q) \end{aligned} \tag{5}$$

式中, x_1, x_2 为时段 A_i 的起始日期. 当时段 i 表示某个分期时, $P(q, A_i)$ 即为分期设计洪水的频率. 由此可见, 推求分期设计洪水就是推求洪水发生时间和量级的二维联合分布. 式(3)及式(4)表明各分期设计洪水的频率小于年设计洪水的频率, 分期频率曲线在年频率曲线的下方, 这是检验分期设计成果是否合理的重要依据.

2 基于 Copula 函数的分期设计洪水计算方法

近年来, Copula 函数理论和方法已用来描述水文变量之间的相关性结构, 以及构建变量间的联合分布^[6]. 肖义等^[7] 采用 Gumbel-Hougaard Copula 建立了边缘分布为 P-III 型分布的两变量联合分布, 用以描述不同分期的分期最大洪水. 方彬等^[8] 采用 Copula 函数建立了年最大洪水发生时间和量级的两变量联合分布. 本文采用混合 von Mises 分布拟合洪水发生时间系列, 采用指数分布拟合超定量洪水系列, 基于 Copula 函数建立年洪水发生时间和量

级的两变量联合分布.

2.1 联合分布的建立

2.1.1 洪水发生时间的分布

方彬等^[9]采用 von Mises 分布拟合洪水发生时间的概率分布. 由于洪水发生时间的概率密度函数可能呈现单峰状, 也可能呈现多峰状, 因此采用混合 von Mises 分布代替 von Mises 分布. 混合 von Mises 分布由 m 个 von Mises 分布组成, 当 $m=1$ 时, 即为普通的 von Mises 分布. 混合分布可以有效地拟合变量的单峰、双峰和多峰特征. 洪水发生时间 x 的概率密度函数表达如下^[9]:

$$f_X(x) = \sum_{i=1}^m \frac{p_i}{2\pi I_0(\kappa_i)} \exp[\kappa_i \cos(x - \mu_i)] \quad (6)$$

$0 \leq x \leq 2\pi, 0 \leq \mu_i \leq 2\pi, \kappa_i > 0$

式中, 对于第 i 个组成部分, p_i 是其混合的比例, μ_i 为位置参数(平均角), κ_i 为尺度参数, $I_0(\kappa_i)$ 为第一类 0 阶修正的 Bessel 函数. 两部分的混合 von Mises 分布较为常用, 一般混合的部分不会超过 5. 混合 von Mises 分布的参数估计采用最小二乘法, 寻求与实测拟合最优的参数作为最终结果, 寻优方法采用拟牛顿法^[10].

2.1.2 洪水发生量级的分布

超定量取样年洪水发生次数服从泊松分布, 超定量序列服从指数分布. 指数分布为^[9]

$$F_Y(y) = 1 - e^{-(y/\alpha)} \quad (7)$$

式中, α 为参数.

2.1.3 联合分布的建立

水文常用的二维 Copula 函数有多种, 但经试算后发现 Frank Copula 函数与实际资料拟合较优, 其表达式为

$$C(x, y) = -\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta F_X(x)} - 1)(e^{-\theta F_Y(y)} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right] \quad (8)$$

$\theta \in \mathbb{R}$

式中: θ 为 Copula 函数的参数; x, y 分别为洪水发生的时间和量级; $F_X(x) = \int_0^x f_{MX}(x) dx$. 利用 Kendall 秩相关系数 τ 与 θ 的关系, 推求系数 θ .

$F(x, y) = P\{X < x, Y < y\} = C(x, y)$ 的物理意义为超过门限值的洪水发生在时间 x 前, 且其量级小于 y 的概率.

2.2 分期设计洪水的推求

水库的防洪标准是以年为重现期单位, 反映的是年最大设计值被超过的概率. 本文设计洪水结果基于超定量取样计算, 需要将年防洪标准转化为所对应的超定量频率. 对于年最大洪水而言, 频率 P 表示为 $P = 1/T$, T 为重现期. 对于超定量设计洪

水, 超过门限值的洪峰(洪量)平均每年发生 λ 次, λ 为洪水发生次数所服从的泊松分布的参数, T 年中发生 λT 个超定量, 其中出现一次重现期为 T 的洪水 Q_T . 因此说在 POT 系列中, 重现期为 T 的洪峰 Q_T 的发生频率为^[5]

$$p(Q \geq Q_T) = 1/(\lambda T) \quad (9)$$

改变式(5)中的 q 值, 即可得到不同流量下的超过概率. 将其点绘在直角坐标系中, 即得分期频率曲线. 计算给定年重现期下的设计洪水值的步骤为: 1) 计算年重现期对应的超定量取样的超过概率; 2) 根据式(4)与式(5)计算满足条件的设计值组合.

3 应用实例

清江隔河岩水库流域控制面积 14 430 km², 多年日平均流量 393 m³/s, 资料长度为 54 a (1951-2004 年), 选取汛期 5 月 1 日-9 月 30 日(共 153 d) 的流量资料参与计算.

3.1 分期设计洪水推求

采用超定量取样, 超定量门限值为 3 500 m³/s, 54 a 中共取得 139 次超定量洪水, 经检验样本序列满足独立性原则, 按照上述步骤建立超定量洪水的洪峰及其发生时间的两变量联合分布. 泊松分布 $\lambda = 2.57$, $\alpha = 2 361$. 混合 von Mises 分布由 3 部分组成, 即 $m=3$, $\mu_1 = 0.62$, $\kappa_1 = 16.52$, $p_1 = 0.11$, $\mu_2 = 2.72$, $\kappa_2 = 1.61$, $p_2 = 0.72$, $\mu_3 = 5.60$, $\kappa_3 = 3.76$, $p_3 = 0.17$. 联合分布 $\theta = 0.83$. 分别绘制洪水发生量级的频率曲线图、洪水发生时间的混合 von Mises 分布拟合效果图以及联合经验点据与理论分布曲线图, 如图 1 至 3 所示. 由图可知, 拟合效果都较好, 说明方法合理可行. 图 4 给出了洪水量级以及出现时间的二维随机变量联合分布.

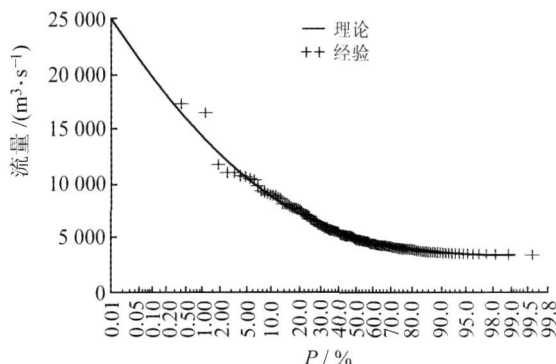


图 1 洪水发生量级频率曲线

隔河岩水库的汛期分为 3 期, 分期点为 6 月 20 日及 7 月 31 日, 根据式(5)推求分期设计洪水. 各分期频率曲线如图 5(a) 所示. 分期设计洪水频率曲线

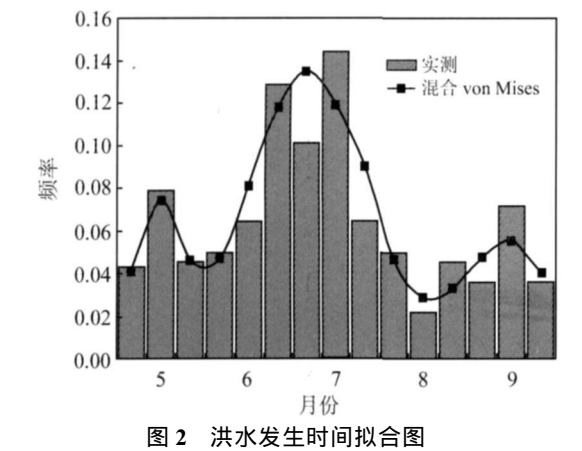


图 2 洪水发生时间拟合图

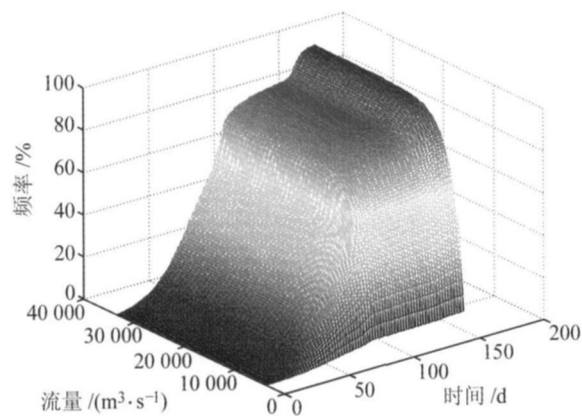
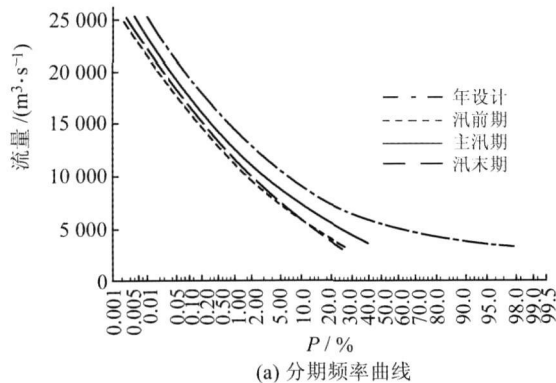


图 4 洪水发生时间和量级的联合分布

都在年频率曲线的下方. 由式(1)或式(4)可知, 年设计洪水与分期设计洪水的关系, 将各分期设计洪水值代入式(1)或式(4)进行设计值的合理性检验, 若求得的年设计频率曲线与实测的经验频率曲线拟合较好, 则说明分期设计洪水值合理, 拟合效果如图 5(b)所示. 图 5 表明所推求的分期设计洪水是合理的.

以隔河岩水库重现期为 1 000、500、100 a 的洪水为例, 由式(9)计算超定量洪水的超过频率 P_{TOT} , 代入式(1)计算满足条件的分期设计洪水值. 图 6 给出了千年一遇分期设计洪水组合图. 由图 6 可知, 满



(a) 分期频率曲线

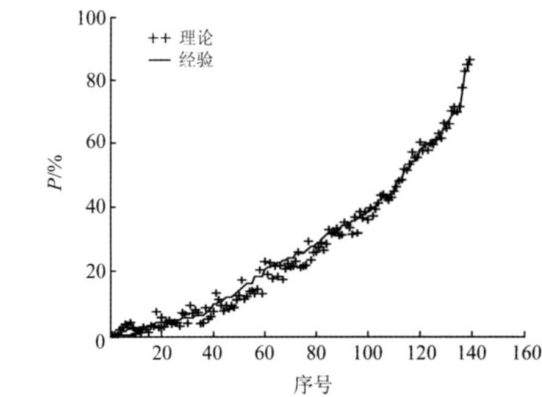


图 3 联合经验点据和理论分布曲线

足条件的分期设计洪水在三维直角坐标系中构成了一曲面. 当主汛期设计洪水值不变时, 随着汛末期设计洪水值的增加, 汛前期设计值在减小. 主汛期设计洪水增大时, 汛末期、汛前期或其中之一减小.

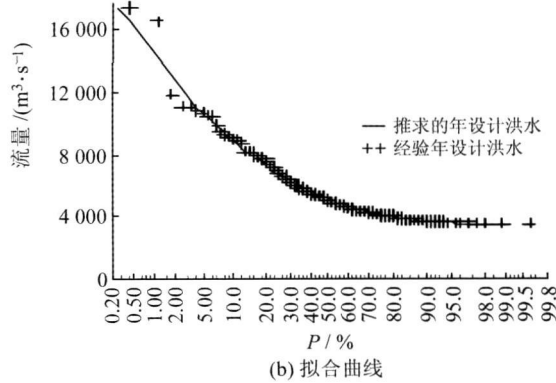
3.2 计算结果比较

由于隔河岩水库主汛期的来水量最大, 汛末期的来水量较汛前期大, 根据其气候特点以及分期设计洪水要满足不低于防洪标准的要求, 各分期设计值应该满足:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^s p(y_i, A_i) \leq P_{\text{TOT}} \\ y_2 \geq Q_T > y_3 > y_1 > 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中: y_1 、 y_2 、 y_3 分别为汛前期、主汛期、汛末期的设计值; Q_T 为年设计值. 满足式(9)条件的分期设计洪水组合有多种, 为安全起见, 本文取 $y_2 = 1.1Q_T$, 对来水量偏大的汛末期, 考虑仍有发生较大洪水的可能, 取 y_3 应大于现行方法的设计值, $y_3 = 1.05 y_3'$ (y_3' 为现行方法汛末期的设计值).

对隔河岩水库 54 a (1951-2004 年) 的流量资料, 采用年最大设计洪水方法和现行分期设计洪水方法计算得到的设计值见表 2. 采用王善序和 Singh 等方法, 基于分期年最大取样, 汛前期、主汛期、汛



(b) 拟合曲线

图 5 分期设计洪水的合理性检验

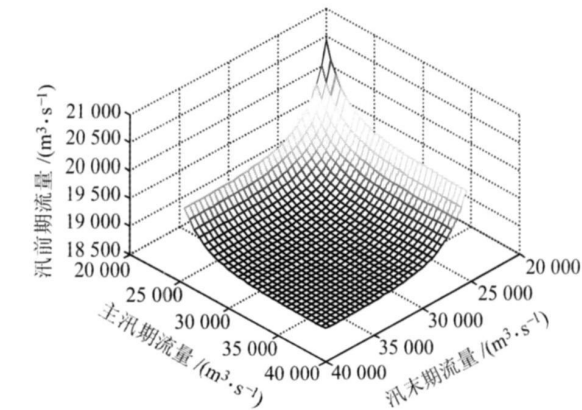


图 6 千年一遇分期设计洪水组合图

末期分别取得 14、30、10 个样本, 当主汛期与汛末期

表 2 不同分期设计洪水流量计算成果比较

方法	重现期/a	年最大	汛前期		主汛期		汛末期	
		流量 / $(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	流量 / $(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	相对 偏差/%	流量 / $(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	相对 偏差/%	流量 / $(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	相对 偏差/%
现行 方法	5000	26300	22200	-15.59	25900	-1.52	24600	-6.46
	1000	22800	18700	-17.98	22200	-2.63	20500	-10.09
	100	17400	13500	-22.41	16800	-3.45	14500	-16.67
Singh	5000	26300	20042	-23.79	30245	15.00	29520	12.24
	1000	22800	16814	-26.25	26220	15.00	24600	7.89
	100	17400	12236	-29.68	20010	15.00	17400	0.00
本文 方法	5000	26300	23756	-9.67	28930	10.00	25830	-1.79
	1000	22800	20340	-10.79	25080	10.00	21525	-5.59
	100	17400	16344	-6.07	19140	10.00	15225	-12.50

4 结论

- 1) 联合分布的设计洪水考虑了洪水发生的时间和量级, 与只考虑洪量的现行方法比较, 在物理机制上更为合理. 由年设计洪水推求分期设计洪水, 避免了由于样本系列较少带来的配线误差. 采用超定量取样, 可增加样本容量, 获得更全面的洪水信息.
- 2) 采用现行方法推求的分期设计洪水无法满足防洪标准的要求; 王善序和 Singh 等的方法虽能满足防洪标准, 但由于样本容量太小, 推求的设计值不合理.
- 3) 本文提出的方法既满足分期设计洪水与年设计洪水的关系, 且能够达到防洪标准的要求, 为分期设计洪水提供了一种新的思路.

参考文献:

[1] 中华人民共和国能源部、水利部. 水利水电工程设计洪水计算手册[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.

[2] 王善序. 设计洪水与洪水季节性[J]. 水文科技信息, 1994, 11(2): 1-5.

[3] Singh V P, Wang S X, Zhang L. Frequency analysis of nonidentically distributed hydrologic flood data [J]. Journal of Hydrology, 2005, 307: 175-195.

[4] 方彬, 郭生练, 王善序, 等. 河流汛期分期设计洪水频率分析[J]. 人民长江, 2005, 36(11): 37-39.

[5] 郭生练. 设计洪水研究进展与评价[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005.

[6] 郭生练, 闫宝伟, 肖义, 等. Copula 函数在多变量水文分析计算中的应用及研究进展[J]. 水文, 2008, 28(3): 1-7.

[7] 肖义, 郭生练, 刘攀, 等. 分期设计洪水频率与防洪标准关系研究[J]. 水科学进展, 2008, 19(1): 54-60.

[8] 方彬, 郭生练, 肖义, 等. 年最大洪水两变量联合分布研究[J]. 水科学进展, 2008, 19(4): 505-511.

[9] McLachlan G, Peel D. Finite Mixture Models [M]. New York: Wiley, 2000.

[10] Carta J A, Bueno C, Ramí rez P. Statistical modeling of directional wind speeds using mixtures of von Mises distributions: Case study [J]. Energy Conversion and Management, 2008, 49: 897-907.